

## **Der Zahlenblick (Ausschnitt aus der Zulassungsarbeit von Laura Geiger 2025)**

### **1. Begriffsklärung**

Die Definition des Begriffs Zahlenblick ist eng verbunden mit der des Zahlensinns, denn „[g]anz im Sinne des Wortes selbst liegt es nahe, den ‚Zahlenblick‘ als besonderen Blick für Zahlen zu verstehen“ (Rathgeb-Schnierer, 2008, zitiert nach Rechtsteiner-Merz, 2013, S. 99). Schütte präzisiert den Begriff und beschreibt den Zahlenblick als eine Fähigkeit, Beziehungen zu erkennen und zu nutzen. Diese ermöglicht es, Zahlen geschickt zu zerlegen und zusammzusetzen. Des Weiteren ist es durch das Erkennen von Zahleigenschaften und Zahlbeziehungen bzw. von Aufgabeneigenschaften und Aufgabenbeziehungen beim Lösen möglich, situationsbezogen und aufgabenspezifisch vorzugehen. So werden Ähnlichkeiten zwischen bereits gelösten und der aktuellen Aufgabe erkannt und bekannte Vorgehensweisen angewandt. Beispielsweise kann ein Kind erkennen, dass die Aufgabe  $5+6$  aus der Aufgabe  $5+5$  abgeleitet werden kann (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018, S. 81).

Der Zahlenblick basiert auf Zahl- und Operationswissen und ist wichtig auf dem Weg zum flexiblen Rechnen (Schütte, 2004, S. 143). Verfügt man über einen ausgebildeten Zahlenblick, kann man Aufgaben vor dem Lösen auf ihre Merkmale hin betrachten und diese bei der Lösung nutzen. Für das flexible Rechnen ist es außerdem hilfreich, Zahlen flexibel zerlegen und zusammensetzen zu können. Mit dem Zahlenblick können des Weiteren Ergebnisse abgeschätzt und der Umgang mit Zahlen begründet werden. Der Zahlenblick ist nicht nur auf dem Weg zum flexiblen Rechnen relevant, sondern auch für das selbstständige Entwickeln von Rechenwegen, den Austausch über diese und für das Beurteilen verschiedener Lösungswege (Rathgeb-Schnierer, 2006, S. 84).

Zusammengefasst bedeutet das Verfügen über einen ausgebildeten Zahlenblick, dass man eine Aufgabe sieht und augenblicklich Beziehungen zu vorherigen Aufgaben erkennen und nutzen kann oder innerhalb der Aufgabe augenblicklich spezifische Merkmale erkennen kann, die beim Lösen helfen (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018, S. 82).

Die Begriffe Zahlenblick, Zahlensinn und Struktursinn sind voneinander abzugrenzen. Der Zahlensinn ist eher ein Gefühl für Zahlen, welches einen flexiblen Umgang mit Zahl- und Aufgabenbeziehungen zulässt. Auch der Struktursinn ist intuitiv und erlaubt einen flexiblen Umgang mit Mustern und Strukturen. Schließlich vereint der Zahlenblick die beiden zuvor genannten Konzepte und ist die Fähigkeit, das Wissen über die Zahleigenschaften und -beziehungen bzw. Aufgabeneigenschaften und -beziehungen zu erfassen und dieses vor allem auch nutzen zu können.

### **2. Zahlenblickschulung im Grundschulunterricht**

Nachdem nun die Merkmale des Zahlenblicks erläutert wurden, soll im weiteren Verlauf der Fokus auf die Schulung des Zahlenblicks im Grundschulunterricht gelegt werden. In der Fachliteratur sind verschiedene Autorenmeinungen zu finden, die unterschiedliche Ansätze zur Ausbildung des Zahlenblicks darlegen.

Menninger beschrieb bereits 1940, dass man Schülerinnen und Schüler vor dem Losrechnen dazu auffordern soll, die Aufgaben erst anzuschauen. Dabei sollen die Zahlen genauer unter die Lupe genommen werden (Rechtsteiner-Merz, 2013, S. 100). Auch Höhtker und Selter erkannten 1999, dass der Rechendrang zunächst durch das Sortieren von Aufgaben zurückgehalten werden sollte. Die Kinder sortierten also die Aufgaben nach „kann ich im Kopf rechnen“, „rechne ich halbschriftlich“ und „rechne ich schriftlich“. Dies hatte zur Folge, dass ein Drittel der

Aufgaben im Kopf oder halbschriftlich gerechnet wurde und somit weniger Aufgaben als zuvor schriftlich gelöst wurden (ebd., S. 101). Hess ging 2012 anders vor und entwickelte verschiedene Aufgabenserien, die den Blick der Kinder auf Zusammenhänge lenkten. Während bei Menninger der Rechendrang durch das genaue Anschauen der Aufgaben gebremst werden soll, stehen bei Höhtker, Selter und Hess das Sortieren oder Fortsetzen anstelle des Lösens im Mittelpunkt. Indem der Rechendrang gebremst wird, wird bei allen Autoren der Blick auf Strukturen und Zusammenhänge der Aufgaben gelenkt (ebd.).

## 2.1 Zahlenblickschulung nach Schütte

In Schüttes Konzeption zur kontinuierlichen Zahlenblickschulung werden die Möglichkeiten der Schulung des Zahlenblicks detaillierter betrachtet. Zentral ist, dass keine Lösungswege vorgegeben werden. Folglich müssen die Schülerinnen und Schüler eigene Rechenwege entwickeln. Dabei werden strategische Werkzeuge materialgestützt erarbeitet und die Anwendung derer in produktiven Übungen erprobt. Eine wichtige Rolle spielt der Austausch der Kinder untereinander, da fremde Lösungen als Beispiele dienen können. Außerdem sind die Aufgaben in Schüttes Konzeption so angelegt, dass der Fokus auf den Aufgabenmerkmalen liegt. Deshalb werden beispielsweise Aktivitäten zum Experimentieren und Erforschen von strukturierten Aufgabenserien, wie *Entdeckerpäckchen*, durchgeführt (Körner, 2024, S. 45). Entsprechend der vorherigen Autoren soll auch bei Schüttes Konzeption der Rechendrang gezielt aufgehalten werden, wozu sich das Format des Aufgabensortierens, das auch bei Höhtker und Selter genannt wurde, bewährt hat. Dadurch wird der Blick auf Zahl- und Aufgabenmerkmale gelenkt, die zum Lösen der Aufgabe genutzt werden können und somit den Lösungsprozess vereinfachen (ebd., S. 46).

Innerhalb der Konzeption unterscheidet die Autorin zwischen der Zahlenblickschulung im engeren und im weiteren Sinne. Mit erst genanntem sind gezielte Aktivitäten zur Schulung des Zahlenblicks, wie Sortieren von Aufgaben und das Fokussieren der Beziehungen, gemeint (Rathgeb-Schnierer, 2018, S. 83). Der Schwerpunkt liegt darauf, Aufgaben anzuschauen und einzuschätzen, bevor gerechnet werden kann. Es werden beispielsweise Aufgabenformate eingesetzt, die einen inhaltlichen Zusammenhang zwischen ihrer Darstellung und dem Sinngehalt aufweisen. Geeignete Aufgaben sind die *Zahlenwaage* und *Zahlenhäuser*. Bei der Zahlenblickschulung im weiteren Sinne handelt es sich um Aufgaben, die dem arithmetischen Schulstoff der ersten zweieinhalb Schuljahre entsprechen, bevor schriftliche Rechenverfahren eingeführt werden (ebd., S. 84). Konkret nennt sie folgende Zielbereiche, zu denen Aktivitäten entwickelt wurden, um den Zahlenblick zu schulen:

- Aufbau eines fundierten Zahlverständnisses
- Operationsverständnis
- Erste Rechenstrategien entwickeln
- Rechensicherheit bei den Basisfakten
- Experimentieren und Erforschen
- Muster und Strukturen erkennen und fortsetzen
- Aufgabeneigenschaften und Aufgabentypen erkennen
- Zahl- und Aufgabenbeziehungen erkennen
- Lösungen „sehen“ oder Wege der Vereinfachung finden

- Eigene Lösungswege entwickeln und andere nachvollziehen
- Strategische Werkzeuge entwickeln
- Flexibles Rechnen: Beziehungshaltiges Zahlwissen, Zahl- und Aufgabenbeziehungen und strategische Werkzeuge zur Lösung nutzen

(Schütte, 2008, zitiert nach Rechtsteiner-Merz, 2013, S. 102)

Um das *Zahlgefühl* anschaulich zu entwickeln, können Aufgaben gewählt werden, in denen das Gruppieren und Umgruppieren von Anzahlen zentral ist und operative Veränderungen an Zahlen vorgenommen werden. Dadurch erkennen die Kinder, dass sich Anzahlen aus unterschiedlichen Teilen zusammensetzen und Zahlen nach bestimmten Regeln zerlegt und zusammengesetzt werden können. Für den Aufbau des *Operationsverständnisses* sind konkrete Handlungen mit Objekten notwendig, die in enger Verbindung mit der symbolischen Darstellung stehen sollten. Einen weiteren Zielbereich stellen die *Entwicklung eigener Rechenstrategien* und das *Nachvollziehen fremder Strategien* dar. Demnach sollen das eigenständige Lösen und der anschließende Austausch mit anderen Kindern angeregt werden. Dabei sind sowohl metakognitive als auch kommunikative Kompetenzen relevant. Auch das *Erforschen und Experimentieren* gehört zu den Zielbereichen der Zahlenblickschulung nach Schütte. Innerhalb solcher Aufgaben werden operative Veränderungen vorgenommen, wodurch Entdeckungen ermöglicht werden. Die Lernenden müssen ihre Entdeckungen schriftlich festhalten und deren Ursachen ergründen. Dabei werden außerdem *Zahl- und Aufgabenbeziehungen erkannt und genutzt*, weshalb dieser Bereich das Wesentliche der Zahlenblickschulung verkörpert (Rathgeb-Schnierer, 2006, S. 82). Wenn es um das *Erkennen und Fortsetzen von Mustern und Strukturen* geht, werden bei der Beschäftigung mit geometrischen und arithmetischen Mustern inhärente Gesetzmäßigkeiten entdeckt und Vermutungen über deren Bildungsgesetze aufgestellt und überprüft. Um *Aufgabentypen zu erkennen*, müssen die Aufgaben genau betrachtet und spezifische Merkmale derer identifiziert werden. Auch hier ist es nötig, das Lösen der Aufgabe zurückzustellen und das intensive Betrachten der Aufgabe anzuregen. Geeignete Aufgabenformate sind die *Sortiermaschine* oder *Aufgabenkisten*. Zuletzt ist es für das flexible Rechnen relevant, *Zahl- und Aufgabenbeziehungen erkennen* zu können. Dies kann durch sinnfällige Anschauungsbilder, wie die bereits genannten *Zahlenhäuser* oder die *Zahlenwaage*, angeregt werden (ebd.,

## **2.2 Modell zur Zahlenblickschulung von Rechtsteiner-Merz**

Neben Schütte hat auch Rechtsteiner-Merz 2013 ein Modell zur Zahlenblickschulung für die ersten drei Schuljahre entwickelt. Das Modell beinhaltet drei verschiedene Komponenten der Zahlenblickschulung. Zur ersten Komponente gehören Tätigkeiten zum (strukturierenden) Sehen, Sortieren und Strukturieren von Anzahlen, Termen, Aufgaben und deren Beziehungen. Unter die zweite Komponente fallen Impulse und Fragestellungen. Der Aufbau metakognitiver Kompetenzen stellt die dritte und letzte Komponente des Modells dar. Über diesen drei grundlegenden Komponenten stehen arithmetische Inhalte (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018, S. 85). Diese beziehen sich auf die umfassende Entwicklung des Zahlbegriffs und die Entwicklung des additiven und multiplikativen Rechnens. Dabei liegt der Fokus auf Zahl- und Aufgabenmerkmalen und Zahl- und Aufgabenbeziehungen. Der Zahlenblick soll vor dem Ausrechnen durch Tätigkeiten der ersten Komponente des Modells angeregt werden, wodurch der spontane Handlungs- und Lösungsdrang aufgehalten wird. Der Blick der Schülerinnen und Schüler soll demnach auf inhärente Strukturen und Beziehungen gelenkt werden. Für diesen Perspektivwechsel sind gezielte und kognitiv aktivierende Fragestellungen und Impulse von

Seiten der Lehrkraft notwendig. Diese Fragestellungen und Impulse stecken in der zweiten Komponente des Modells. Durch die Reflexion des Vorgehens und der Lösung und den Austausch mit Mitschülerinnen und Mitschülern werden außerdem metakognitive Kompetenzen, also die dritte Komponente, angeregt. Im Gegensatz zu Schütte gibt es hier keine Unterscheidung von Zahlenblick im engeren und weiteren Sinne. Stattdessen gilt der Zahlenblick als Grundprinzip bei der Auseinandersetzung mit arithmetischen Inhalten (ebd.).

Bei den Tätigkeiten Sehen, Sortieren und Strukturieren von Anzahlen, Zahlen, Termen, Zahlensätzen und Aufgaben stehen stets deren Beziehungen im Fokus. Weiterhin wird bei den Tätigkeiten Sortieren und Strukturieren eine Auseinandersetzung mit Inhalten abverlangt. Beim Sehen geht es dagegen um die kurzzeitige Wahrnehmung klassifizierender, serierender oder strukturierender Elemente (Rechtsteiner-Merz, 2013, S. 103). Mit Hilfe der Tätigkeiten sollen der Rechendrang gezielt aufgehalten und Beziehungen fokussiert werden.

Die einzelnen Tätigkeiten und Impulse werden nun näher beleuchtet. Zum Sehen zählen Aktivitäten des raschen Wahrnehmens sowohl von Anzahlen als auch von Aufgaben-, Term- und Zahlbeziehungen (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018, S. 86). Dazu werden Aufgaben zum Üben geschickten Sehens von Anzahlen, Zahlen und deren Beziehungen eingesetzt. Beim Sortieren werden Aufgaben nach vorgegebenen Kriterien geordnet. Diese Kriterien können unterschiedlich ausfallen. Werden Aufgaben nach subjektiven Kriterien „leicht zu lösen“ oder „schwer zu lösen“ sortiert, müssen die Kinder die Aufgaben in Abhängigkeit eigener Fähigkeiten beurteilen. Zu den objektiven Kriterien zählen dagegen Kriterien wie „Zehnerübergang“ und „ohne Zehnerübergang“. Unabhängig davon, ob subjektive oder objektive Kriterien herangezogen werden, wird in beiden Fällen der Fokus gezielt auf die Beziehungen zwischen Zahlen und Aufgaben gerichtet (Rechtsteiner-Merz, 2013, S. 104). Die letzte Tätigkeit ist das Strukturieren. Hierbei werden Mengen, Terme, Aufgaben oder Gleichungen systematisch angeordnet, Aufgabengruppen gebildet und zueinander in Beziehung gesetzt. Im Vordergrund stehen das Wahrnehmen, Entwickeln und Darstellen der genannten Beziehungen. An dieser Stelle sind anregende Impulse von Seiten der Lehrperson unverzichtbar. Solche Fragen könnten „Warum ist das so?“ oder „Bist du dir sicher?“ lauten. Dadurch wird der Blick der Lernenden abermals auf die Zusammenhänge gelenkt. Im Austausch mit anderen Lernenden können außerdem neue Sichtweisen kennengelernt werden (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018, S. 86).

Neben den Tätigkeiten und Impulsen sind metakognitive Kompetenzen eine weitere Komponente des Modells nach Rechtsteiner-Merz. Metakognition ist „das Wissen und Denken über das eigene kognitive System sowie die Fähigkeit, dieses System zu steuern und zu kontrollieren“ (Sjuts, 2011, zitiert nach Rechtsteiner-Merz, 2013, S. 106). Diese umfasst drei Aspekte: den deklarativen, prozeduralen und motivationalen Aspekt. Der erst genannte bezieht sich auf Wissen über das eigene Denken und ist nötig bei der Reflexion der eigenen Lösung und des Vorgehens (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018, S. 87). Außerdem wird er gebraucht, um die Schwierigkeit einer Aufgabe in Bezug zu den eigenen Fähigkeiten einschätzen zu können (Rechtsteiner-Merz, 2013, S. 106). Mit dem prozeduralen Aspekt ist das Nachdenken über die eigene Vorgehensweise während der Aufgabenbearbeitung gemeint (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018, S. 87). Demnach werden die Planungsschritte genauer unter die Lupe genommen und die eigene Denk- und Lernentwicklung reflektiert (Rechtsteiner-Merz, 2013, S. 106). Unter dem letzten Aspekt – dem motivationalen Aspekt – versteht man den Willen zur Auseinandersetzung mit dem eigenen Denken. Die Entwicklung metakognitiver Kompetenzen ist abhängig von einer Auseinandersetzung mit arithmetischen Inhalten. Dabei ist die Art der inhaltlichen Auseinandersetzung relevant. Außerdem sind Aktivitäten nötig, die den Blick auf Strukturen und Zusammenhänge lenken.

Die zentralen arithmetischen Inhalte der Zahlenblickschulung werden nun weiter differenziert. Diese umfassen die Zahlbegriffsentwicklung, das Operationsverständnis und die Entwicklung strategischer Werkzeuge (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018, S. 87). Um einen umfassenden Zahlbegriff entwickeln zu können sind Tätigkeiten wie Zählen, Auszählen und Abzählen nötig. Außerdem müssen Anzahlen quasi-simultan erfasst und dargestellt werden können. Die Kinder müssen weiterhin fähig sein Mengen zu vergleichen, Zahlen zu ordnen und diese auch zu verorten (ebd., S. 88). Des Weiteren soll die Entwicklung eines Teil-Ganzes-Konzepts und des Stellenwertkonzepts angebahnt werden. Auch die verschiedenen Zahlaspekte werden in der Grundschule kennengelernt (ebd., S. 89). Das Operationsverständnis ist laut Bönig die Übersetzung zwischen unterschiedlichen Repräsentationsebenen. Die Autorin unterscheidet zwischen vier Ebenen: enaktiver Ebene, ikonischer Ebene, Sprachebene und Symbolebene. Zur enaktiven Ebene zählen Handlungen mit realen Gegenständen oder mit Veranschaulichungsmitteln. Dagegen gehören zur ikonischen Ebene bildhafte Darstellungen, die wiederum real oder abstrakt sein können. Die Sprachebene umfasst alle sprachlichen Formulierungen, wie Erläuterungen zu Gleichungen oder Bildern sowie Rechengeschichten. Die letzte Ebene – die Symbolebene – bezieht sich auf die Notation von Termen und Gleichungen (ebd., S. 100). Zentrales Ziel der Grundschule muss es sein, die Kinder beim Bewältigen der Übersetzungsleistungen zu unterstützen. Dafür müssen die Kinder unter anderem Grundvorstellungen zu den Rechenoperationen aufbauen (ebd., S. 101). Den letzten bedeutenden Inhaltsbereich für die Schulung des Zahlenblicks stellen die Entwicklung strategischer Werkzeuge und das Anregen von Flexibilität dar. Die Entwicklung flexibler Rechenkompetenzen umfasst einen langfristigen Prozess über die gesamte Grundschulzeit. Dabei müssen ein mehrperspektivischer Zahlbegriff erlangt und Basisfakten automatisiert werden. Außerdem sollen strategische Werkzeuge entwickelt werden. All diese Entwicklungen können durch den Blick auf Zahl- und Aufgabenmerkmale und -beziehungen angestoßen werden (ebd., S. 103). Die Kraft der Fünf, Ergänzen zur Zehn, Nachbaraufgaben, Analogien und Umkehraufgaben sollten allen Grundschulkindern bekannt sein, um nur einige strategische Werkzeuge im Zahlenraum bis 20 zu nennen (ebd., S. 104).

Die Schulung des Zahlenblicks ist nach Rechtsteiner-Merz folglich eine Kombination von Aktivitäten zum (strukturierenden) Sehen, Sortieren und Strukturieren. Dabei sollen Zahlvorstellungen und Beziehungen geschult werden. Eine große Rolle spielt außerdem die Anregung metakognitiver Kompetenzen durch einen intensiven Austausch der verschiedenen Vorgehens- und Denkweisen (Rechtsteiner-Merz, 2013, S. 107).

### **3 Fazit zur Zahlenblickschulung**

Zusammengefasst sind für die Zahlenblickschulung das Fördern der Zahlbegriffsentwicklung, der Aufbau von Operationsverständnis und die Entwicklung strategischer Werkzeuge relevant. Des Weiteren muss die Lehrkraft ständig dafür sorgen, den Blick der Kinder auf Zusammenhänge und Strukturen zu lenken, um somit den Rechendrang aufzuhalten. Wird dies umgesetzt, stehen nicht mehr die Lösungsfindung im Mittelpunkt, sondern Zahl-, Term- und Aufgabenbeziehungen. Weiterhin ist es essenziell, Inhalte des Rechnenlernens mit Tätigkeiten des Sehens, Sortierens und Strukturierens zu verbinden (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018, S. 277). Schütte nennt zusätzlich verschiedene Zielbereiche, in welchen der Zahlenblick ausgebildet werden soll. Der Zahlenblick sollte zudem von Anfang an angeregt werden, da Aktivitäten zur Zahlenblickschulung alle Kinder in ihrem Lernprozess voranbringen: Schwache Kinder werden bei der Ablösung vom zählenden Rechnen unterstützt und leistungsstarke Kinder können kompetent im flexiblen Rechnen werden (ebd., S. 278).

**Anmerkung:**

**Insbesondere wurde die Forscheraufgabe „Das Pascalsche Dreieck“ zur Förderung des Zahlenblicks konzipiert. Aber auch weitere Forscheraufgaben aus der Arithmetik wie z. B. Der Zahlenwinkel und die Zahlenkrone eignen sich zur Förderung des Zahlenblicks.**

## Literatur:

Körner, A. (2024). Flexibles Rechnen im Grundschulverlauf: Eine Längsschnittstudie zur Förderung und Entwicklung flexibler Vorgehensweisen beim Addieren und Subtrahieren. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Rathgeb-Schnierer, E. & Rechtsteiner, Ch. (2018). Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln: Grundlagen – Förderung – Beispiele. Berlin: Springer Spektrum.

Rathgeb-Schnierer, E. (2006). Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen: Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern auf der Grundlage offener Lernangebote und eigenständiger Lösungsansätze. Hildesheim & Berlin: Verlag Franzbecker.

Rechtsteiner-Merz, Ch. (2013). Flexibles Rechnen und Zahlenblickschulung: Entwicklung und Förderung von Rechenkompetenzen bei Erstklässlern, die Schwierigkeiten beim Rechnenlernen zeigen. Münster: Waxmann Verlag.

Schütte, S. (2004). Rechenwegnotation und Zahlenblick als Vehikel des Aufbaus flexibler Rechenkompetenzen. In: Journal für Mathematik-Didaktik Vol. 25. (S. 130-148).